Zentrale schriftliche Abiturprüfung 2019

Mathematik

Leistungskurs

Aufgabenvorschlag Teil 1 für Prüflinge

Hilfsmittel:	Nachschlagewerk zur Rechtschreibung der deutschen Sprache
nicht für Aufgabenstellung 1	Formelsammlung, die an der Schule eingeführt ist
	Taschenrechner, die nicht programmierbar und nicht grafikfähig sind und nicht über Möglichkeiten der numerischen Differenziation oder Integration oder des automatisierten Lösens von Gleichungen verfügen
Gesamtbearbeitungszeit:	300 Minuten inkl. Lese- und Auswahlzeit

Aufgabenstellung 1

Thema/Inhalt: hilfsmittelfreier Teil

Hinweis: Hier gibt es keine Wahlmöglichkeiten.

Die Aufgabenstellung und die Lösung zum hilfsmittelfreien Teil werden spätestens nach 75 Minuten abgegeben.

Eine frühere Abgabe ist möglich.

Nach Abgabe der bearbeiteten Aufgabenstellung 1 kann mit der Bearbeitung der weiteren Aufgabenstellungen begonnen werden.
In jedem Fall können die zugelassenen Hilfsmittel erst nach Ablauf der 75 Minuten verwendet werden.

Aufgabenstellung 2

Thema/Inhalt: Analysis

Hinweis: Wählen Sie eine der beiden Aufgaben 2.1 oder 2.2 zur Bearbeitung aus.

Aufgabenstellung 3

Thema/Inhalt: Analytische Geometrie

Hinweis: Wählen Sie eine der beiden Aufgaben 3.1 oder 3.2 zur Bearbeitung aus.

Aufgabenstellung 4

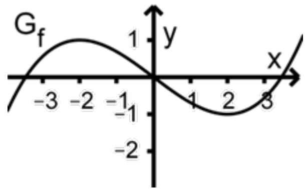
Thema/Inhalt: Stochastik

Hinweis: Wählen Sie eine der beiden Aufgaben 4.1 oder 4.2 zur Bearbeitung aus.

1 Aufgaben zum hilfsmittelfreien Teil

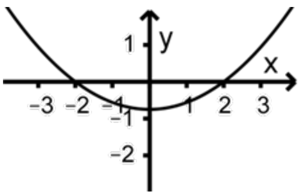
1.1 Analysis

Der abgebildete Graph G_f stellt eine Funktion f dar.

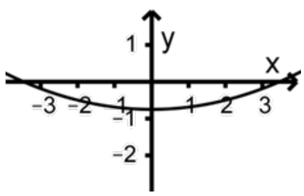


a) Einer der folgenden Graphen I, II und III gehört zur ersten Ableitungsfunktion von f. Geben Sie diesen Graphen an und begründen Sie, dass die beiden anderen Graphen dafür nicht infrage kommen.

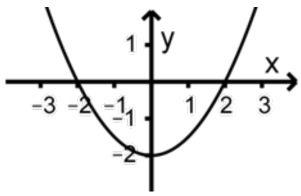
I



II



III



b) Die Funktion F ist eine Stammfunktion von f.
Geben Sie das Monotonieverhalten von F im Intervall $[1;3]$ an.
Begründen Sie Ihre Angabe.

1.2 Analysis

Gegeben ist die Funktion f' mit $f'(x) = 3x^2 - 6x - 6$.

a) Der Punkt $P(-1|10)$ liegt auf dem Graphen der Funktion f.
Bestimmen Sie eine Gleichung von f.

b) Für die Funktion f gilt: $\int_a^b f(x)dx = 0$ mit $a, b \in IR$; $a \neq b$ und $f(a) = f(b) = 0$.
Geben Sie die Anzahl und Lage der Nullstellen der Funktion f an.
Begründen Sie Ihre Entscheidung.

Fortsetzung auf der nächsten Seite

Aufgaben zum hilfsmittelfreien Teil (Fortsetzung)

1.3 Analytische Geometrie

Gegeben sind die Ebene $E: 4x - y + 2z = 9$ und die Ebene $H: x - 2y + z = 1$.

a) Begründen Sie, dass die Ebenen E und H nicht parallel zueinander sind.

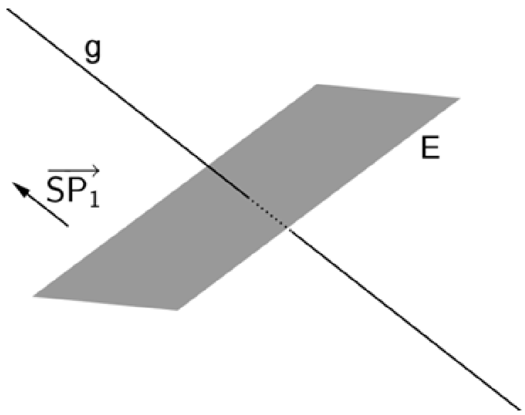
b) Ermitteln Sie eine Gleichung der Ursprungsgeraden, die sowohl zur Ebene E als auch zur Ebene H parallel ist.

1.4 Analytische Geometrie

Die Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ mit $r \in IR$ und die Ebene $E: x + 2y - 2z = 2$ schneiden sich im Punkt S.

a) Berechnen Sie die Koordinaten von S.

b) Der Punkt P_1 liegt auf g, aber nicht in E. Die Abbildung zeigt die Ebene E, die Gerade g sowie einen Repräsentanten des Vektors $\overrightarrow{SP_1}$.
Für den Punkt P_2 gilt: $\overrightarrow{OP_2} = \overrightarrow{OP_1} - 4 \cdot \overrightarrow{SP_1}$, wobei O den Koordinatenursprung bezeichnet.
Zeichnen Sie die Punkte S, P_1 und P_2 in die Abbildung ein.



Fortsetzung auf der nächsten Seite

Aufgaben zum hilfsmittelfreien Teil (Fortsetzung)

1.5 Stochastik

Erscheinen beim Wurf von fünf Würfeln fünf gleiche Zahlen, so spricht man von einem Kniffel.

a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, mit fünf idealen Würfeln einen Kniffel zu erhalten.

Erhält man ein Paar gleicher Zahlen und eine andere Zahl auf allen restlichen drei Würfeln, so spricht man vom Full House.
Hat man beim ersten Wurf sein Ziel noch nicht erreicht, darf man einen zweiten Wurf wagen.

Pauls erster Wurf

b) Paul hat vier gleiche Zahlen gewürfelt, er benötigt jedoch ein Full House. Nun will er nur mit einem der vier Würfel mit gleicher Zahl weiterwürfeln. Jasmin schlägt vor, zusätzlich den Würfel mit der einzelnen Zahl zum Würfeln aufzunehmen.
Untersuchen Sie, wer die bessere Gewinnstrategie hat.

1.6 Stochastik

Ein Glücksrad besteht aus fünf gleich großen Sektoren. Einer der Sektoren ist mit „0“ beschriftet, einer mit „1“ und einer mit „2“, die beiden anderen Sektoren sind mit „9“ beschriftet.

a) Das Glücksrad wird viermal gedreht.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Zahlen 2, 0, 1 und 9 in der angegebenen Reihenfolge erzielt werden.

b) Das Glücksrad wird zweimal gedreht.
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Summe der erzielten Zahlen mindestens 11 beträgt.

Verteilung der Bewertungseinheiten (BE) auf die Aufgaben													
Aufgabe	1.1 Analysis 1		1.2 Analysis 2		1.3 Geometrie 1		1.4 Geometrie 2		1.5 Stochastik 1		1.6 Stochastik 2		
Teilaufgabe	a)	b)	a)	b)	a)	b)	a)	b)	a)	b)	a)	b)	Summe
BE	3	2	3	2	2	3	3	2	2	3	2	3	30

Zentrale schriftliche Abiturprüfung **2019**

Mathematik

Leistungskurs

Aufgabenvorschlag **Teil 2** **für Prüflinge**

Hilfsmittel: Nachschlagewerk zur Rechtschreibung der deutschen Sprache

Formelsammlung, die an der Schule eingeführt ist

Taschenrechner, die nicht programmierbar und nicht grafikfähig sind und nicht über Möglichkeiten der numerischen Differenziation oder Integration oder des automatisierten Lösens von Gleichungen verfügen

Aufgabenstellung 2

Thema/Inhalt: Analysis

Hinweis: Wählen Sie eine der beiden Aufgaben 2.1 oder 2.2 zur Bearbeitung aus.

Aufgabenstellung 3

Thema/Inhalt: Analytische Geometrie

Hinweis: Wählen Sie eine der beiden Aufgaben 3.1 oder 3.2 zur Bearbeitung aus.

Aufgabenstellung 4

Thema/Inhalt: Stochastik

Hinweis: Wählen Sie eine der beiden Aufgaben 4.1 oder 4.2 zur Bearbeitung aus.

Aufgabe 2.1: Fischlogo

Gegeben ist die Funktionenschar f_a durch $f_a(x)=\frac{x}{a}\cdot\ln\left(\frac{x}{a}\right)$; $a\in IR$; $a>0$.

Die zugehörigen Graphen sind G_a.

Des Weiteren ist die Funktion h durch $h(x)=\frac{1}{10}e^{x-1}+2$ gegeben.

Der Graph dieser Funktion ist K.

a) Geben Sie den Definitionsbereich von f_a an.
Berechnen Sie die Nullstellen von f_a in Abhängigkeit von *a.*

b) Alle Graphen G_a der Funktionenschar f_a besitzen genau einen lokalen Extrempunkt $E\left(x\,|\,f_a(x)\right)$.
Zeigen Sie, dass die *x*-Koordinate dieses Punktes $x=\frac{a}{e}$ ist und bestimmen Sie die Art des Extrempunktes.
Begründen Sie, dass für den Wertebereich *W* aller Funktionen der Schar f_a gilt:
$W=\{y\,|\,y\in IR, y\geq -e^{-1}\}$.

c) Die Funktionenschar $\tilde{f}_a$ ist durch $\tilde{f}_a(x)=\frac{x}{a}\cdot\ln\left(\frac{x}{a}\right)$; $a\in IR$; $a<0$ gegeben.
Geben Sie den Definitionsbereich von $\tilde{f}_a$ an.
Erläutern Sie, wie sich die Lage und die Art des Extrempunktes der Graphen von $\tilde{f}_a$ ohne Rechnung aus der Lage und der Art des Extrempunktes der Graphen von f_a ergeben.

d) Geben Sie das Verhalten der Funktionswerte von *h* für $x\to+\infty$ und für $x\to-\infty$ an.
Skizzieren Sie den Graphen *K* mindestens im Intervall $-2\leq x\leq 4$.

e) An die Graphen der Funktionen *h* und ihrer Ableitungsfunktion h' wird in den Punkten $B(u\,|\,h(u))$ und $B^*(u\,|\,h'(u))$ mit $u\in IR$ jeweils eine Tangente gelegt.
Beschreiben Sie die besondere Lage dieser beiden Tangenten zueinander.
Begründen Sie Ihre Aussage.

Fortsetzung auf der nächsten Seite

Aufgabe 2.1: Fischlogo (Fortsetzung)

Der Inhaber eines Geschäftes für Anglerbedarf möchte seine Außenwerbung verbessern. Er entwirft als Logo einen großen Fisch, dessen Konturen durch Lichtschläuche gebildet werden. Der Durchmesser der Lichtschläuche kann vernachlässigt werden.

Der Fisch kann modellhaft in einem Koordinatensystem durch Funktionsgraphen veranschaulicht werden. (siehe Abbildung)
Die Spitze des Fischmauls liegt im Punkt $P(4\,|\,4)$.
Der höchste Punkt des Logos befindet sich im Punkt $Q(-1\,|\,6)$.
Es gilt: 1 LE = 1 m.

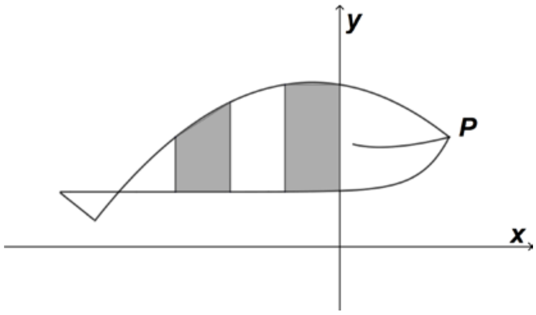


Abbildung nicht maßstabsgerecht

f) Der Fischrücken soll durch den Graphen einer ganzrationalen Funktion p zweiten Grades im Intervall $-9 \le x \le 4$ modelliert werden.
Ermitteln Sie eine Funktionsgleichung für p.

$\left[\text{Kontrollergebnis: } p(x) = -\frac{2}{25}x^2 - \frac{4}{25}x + \frac{148}{25}\right]$

g) Für den Bauch des Fisches wird der Graph K gewählt.
Es werden zwei senkrechte farbige Streifen zwischen dem Graphen K und dem Graphen der Funktion p gemalt. Ein Streifen liegt im Intervall $[-2;0]$.
Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Streifens.

h) Das Fischmaul wird durch den Graphen der Funktion m im Intervall $0{,}5 \le x \le 4$ beschrieben. Der Graph der Funktion m ist der um 4 Einheiten entlang der y-Achse nach oben verschobene Graph G_4.
Geben Sie eine zugehörige Funktionsgleichung für m an.

Das Fischauge befindet sich im Punkt A. Über die Lage des Punktes A ist Folgendes bekannt:

- A liegt auf der Strecke zwischen Rücken und Maul, die parallel zur y-Achse verläuft, für die der senkrechte Abstand von Rücken und Maul am größten ist.
- A liegt genau in der Mitte dieser Strecke.

Beschreiben Sie, wie die Koordinaten des Punktes A berechnet werden können.

Verteilung der Bewertungseinheiten (BE) auf die Teilaufgaben									
Teilaufgabe	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)	Summe
BE	4	9	4	4	3	6	6	4	40

Aufgabe 2.2: Funktionenschar

1. Für jeden Wert von $k \in IR^+$ ist eine Funktion f_k durch $f_k(x) = 8k \cdot (kx-1)^2 \cdot (kx+1)^2$; $x \in IR$ festgelegt. Die Graphen von f_k werden mit G_k bezeichnet.

a) Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte, die G_k mit den Koordinatenachsen gemeinsam haben.
Skalieren Sie in der Abbildung 1 die beiden Achsen so, dass die gezeigte Kurve den Graphen $G_{0,25}$ darstellt.

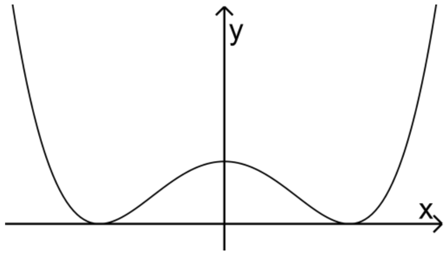


Abb. 1

b) Beschreiben Sie, wie die Graphen G_{2k} aus G_k hervorgehen.
Begründen Sie, dass $f_k(x) = 8k \cdot (k^2x^2 - 1)^2$ gilt, und zeigen Sie, dass G_k symmetrisch bezüglich der y-Achse sind.

c) Für einen Wert von k gibt es einen Punkt $(x_1 \mid f_k(x_1))$ mit $x_1 > 1$, für den die Gleichung
$\frac{f_k(x_1) - 0}{x_1 - 0} = -\frac{1}{f_k'(x_1)}$ gilt.
Beschreiben Sie die geometrische Bedeutung dieser Gleichung.

G_k schließt im ersten Quadranten mit den Koordinatenachsen ein Flächenstück ein. Die Abbildung 2 zeigt dieses Flächenstück (grau markiert) sowie das Rechteck mit den Eckpunkten $(0 \mid f_k(0))$ und $\left(\frac{1}{k} \mid 0\right)$, dessen Seiten parallel zu den Koordinatenachsen sind.

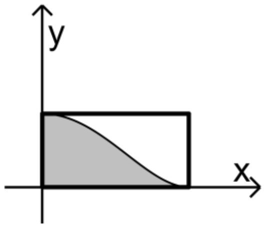


Abb. 2

d) Berechnen Sie den Inhalt des Flächenstücks.

e) Bei Rotation des Rechtecks um die *x*-Achse entsteht ein Körper, ebenso bei Rotation um die *y*-Achse.
Skizzieren Sie einen der beiden Körper und beschriften Sie die Skizze mit den Maßen des Körpers.
Ermitteln Sie denjenigen Wert von k, für den die beiden Körper das gleiche Volumen haben.

f) Bei Rotation des grau markierten Flächenstücks um die *y*-Achse entsteht ein weiterer Körper.
Begründen Sie, dass das Volumen dieses Körpers mit zunehmendem Wert von k beliebig klein wird.

Fortsetzung auf der nächsten Seite

Aufgabe 2.2: Funktionenschar (Fortsetzung)

2. Im Folgenden werden die in IR definierten Funktionen f mit $f(x)=\frac{1}{4}x^4-2x^2+4$ und g mit $g(x)=(x-2)^2\cdot e^x$ betrachtet.

a) Die Funktion f ist eine Funktion der Schar aus Aufgabe 1.
Ermitteln Sie den zugehörigen Wert von k.
Zwei Extrempunkte des Graphen von f liegen auf dem Graphen von g.
Berechnen Sie die Koordinaten dieser Punkte.

b) Die Abbildung 3 zeigt die Graphen von f und g für $0 \le x \le 2$.
Ordnen Sie jeden der Graphen I und II der passenden Funktion zu und begründen Sie Ihre Zuordnung.

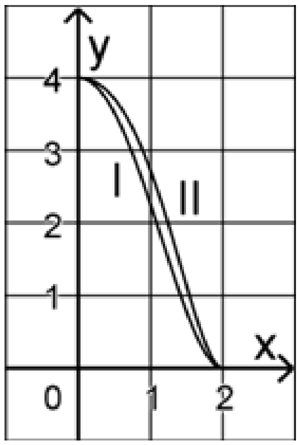


Abb. 3

c) Betrachtet wird die Tangente an den Graphen von g im Punkt $P(p\,|\,g(p))$ mit $0<p<2$.
Ermitteln Sie rechnerisch denjenigen Wert von p, für den diese Tangente die x-Achse im Punkt $Q(2\,|\,0)$ schneidet.

Verteilung der Bewertungseinheiten (BE) auf die Teilaufgaben										
Teilaufgabe	1a)	1b)	1c)	1d)	1e)	1f)	2a)	2b)	2c)	Summe
BE	5	5	3	4	5	4	6	2	6	40

Aufgabe 3.1: Tunnel

Ein Berg wird von seiner Südseite zu seiner Nordseite durch einen Autotunnel unterquert. Der Verlauf des Autotunnels kann als Teil einer Geraden modelliert werden. Die *x*-*y*-Ebene befindet sich auf der Höhe des Meeresspiegels. (1 LE = 100 m)
Auf der Südseite beginnt der Tunnel im Punkt $S(0\,|\,40\,|\,6)$ und endet auf der Nordseite im Punkt $N(30\,|\,65\,|\,7)$.

a) Geben Sie eine Gleichung der Geraden an, mit deren Hilfe man den Verlauf des Autotunnels modellieren kann.
Berechnen Sie die Länge des Autotunnels.
Ermitteln Sie den Winkel, in dem die Gerade zur *x*-*y*-Ebene ansteigt.

b) In der Mitte des Autotunnels befindet sich eine Nothaltebucht, die vereinfacht modellhaft als Punkt *L* beschrieben werden kann.
Geben Sie die Koordinaten des Punktes *L* an.
Von der Nothaltebucht führt ein Lüftungsrohr senkrecht zum Meeresspiegel nach oben. Das Lüftungsrohr ragt 2 m aus der Oberfläche des Berges hinaus. Die Oberfläche des Berges kann in diesem Bereich durch eine Ebene *F* beschrieben werden mit
$F:\ 10x + 5y + 7z = 475{,}5$.
Ermitteln Sie die Länge des Lüftungsrohrs.

Ein Bahntunnel verläuft geradlinig zwischen den Punkten $A(20\,|\,60\,|\,6{,}5)$ und $B(60\,|\,65\,|\,6)$.

c) Zeigen Sie, dass der Bahntunnel den Autotunnel nicht kreuzt.
Hinweis: Die Querschnitte der Tunnel können vernachlässigt werden.

d) Die Lok eines 700 m langen Güterzuges fährt um 09:10 Uhr in den Bahntunnel hinein. Der letzte Wagen ist um 09:13 Uhr vollständig aus dem Bahntunnel herausgefahren. Der Güterzug bewegt sich mit einer konstanten Geschwindigkeit durch den Bahntunnel.
Prüfen Sie, ob der Zug die zulässige Höchstgeschwindigkeit von 100 km/h einhält.

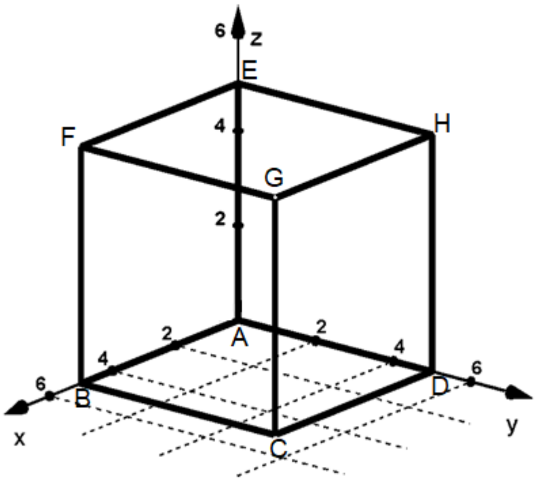
e) Vom Punkt $P(1\,|\,51\,|\,6{,}2)$ ist eine geradlinige Zufahrt in den Autotunnel geplant.
Bestimmen Sie den Punkt *Q*, in dem die Zufahrt auf den Autotunnel treffen muss, damit sie die kleinstmögliche Länge hat.

f) Die geradlinige Zufahrt vom Punkt *P* zum Autotunnel wird schließlich nicht so gebaut, dass sie die kleinstmögliche Länge hat, sondern so, dass ihre Länge 1300 m beträgt.
Begründen Sie, dass es dafür nur genau eine Möglichkeit gibt.

Verteilung der Bewertungseinheiten (BE) auf die Teilaufgaben							
Teilaufgabe	a)	b)	c)	d)	e)	f)	Summe
BE	5	6	4	3	5	2	25

Aufgabe 3.2: Würfel

Die Abbildung zeigt den Würfel $ABCDEFGH$ mit $A(0|0|0)$ und $G(5|5|5)$ in einem kartesischen Koordinatensystem.
Die Ebene T schneidet die Kanten des Würfels unter anderem in den Punkten $I(5|0|1)$, $J(2|5|0)$, $K(0|5|2)$ und $L(1|0|5)$.



a) Zeichnen Sie das Viereck $IJKL$ in die Abbildung ein.

b) Zeigen Sie, dass das Viereck $IJKL$ ein Trapez ist, in dem zwei gegenüberliegende Seiten gleich lang sind.

c) Ermitteln Sie eine Gleichung der Ebene T in Koordinatenform.
[zur Kontrolle: $T: 5x + 4y + 5z = 30$]

d) Spiegelt man T an der Ebene mit der Gleichung $x = 2{,}5$, so erhält man die Ebene T'.
Zeigen Sie, dass T' durch die Gleichung $-5x + 4y + 5z = 5$ beschrieben wird.
Berechnen Sie die Größe des Winkels, unter dem sich T und T' schneiden.

e) Die Spitze einer Pyramide mit der Grundfläche $IJKL$ liegt auf der Strecke $\overline{FG}$.
Untersuchen Sie, ob die Höhe dieser Pyramide $\frac{18}{\sqrt{66}}$ betragen kann.

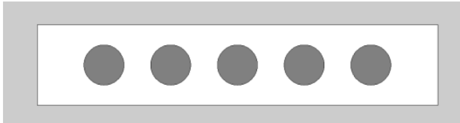
Betrachtet wird die Schar der Geraden $g_a: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2{,}5 \\ 0 \\ 3{,}5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -10a \\ \frac{2}{a} \end{pmatrix}$ mit $a \in I\!R^+$ und $r \in I\!R$.

f) Begründen Sie ohne zu rechnen, dass keine Gerade der Schar in der Ebene mit der Gleichung $z = 3{,}5$ liegt.

g) Untersuchen Sie, ob die Schnittgerade von T und T' zur betrachteten Schar gehört.

Verteilung der Bewertungseinheiten (BE) auf die Teilaufgaben								
Teilaufgabe	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	Summe
BE	2	3	4	6	4	2	4	25

Aufgabe 4.1: Biathlon



Biathlon ist eine Sportart, die sich aus den Disziplinen Skilanglauf und Schießen zusammensetzt.
Während eines Einzelrennens kommen alle Biathleten mehrmals an Schießstände. Dort versuchen sie, mit fünf Schüssen die fünf schwarzen Zielscheiben zu treffen.

a) Eine Biathletin hat unabhängig von allen äußeren Umständen eine konstante Trefferwahrscheinlichkeit von 90 %.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für die folgenden Ereignisse.

A: Sie trifft an einem Schießstand alle fünf Scheiben.
B: Im gesamten Einzelrennen mit 20 Schüssen hat sie höchstens einen Fehlschuss.

b) Ein Biathlet hat am Schießstand beim ersten Schuss eine Trefferwahrscheinlichkeit von nur 75 %, bei den anderen vier Schüssen von jeweils 90 %.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse:

F_1: Er hat einen Fehlschuss beim ersten Schuss, alle anderen Schüsse treffen.
F_2: Er hat genau einen Fehlschuss beim 2. bis 5. Schuss, alle anderen Schüsse treffen.
F_3: Der Biathlet hat bei seinen fünf Schüssen genau einen Fehlschuss.

c) Nach einer Wettkampfsaison wurde die Treffergenauigkeit der gesamten deutschen Biathlon-Mannschaft ausgewertet. Insgesamt gingen 5096 Schüsse in die Auswertung ein. Dabei ergab sich, dass 811 Fehlschüsse abgegeben wurden und dass bei den Damen von 2533 Schüssen 2119 das Ziel trafen.
Von den betrachteten Biathleten wird eine Person zufällig ausgewählt.
Untersucht werden die folgenden Ereignisse:

D: Die Person ist eine Frau.
T: Die Person trifft das Ziel.

Erstellen Sie eine Vierfeldertafel zu diesem Sachverhalt.
Prüfen Sie, ob $P_D(T) = P_{\overline{D}}(T)$ gilt.
Interpretieren Sie das Ergebnis im Sachzusammenhang.

Bei einem Staffelrennen, bei dem jeweils vier Biathleten einer Mannschaft nach einander den Rundkurs absolvieren, gelten abweichende Regeln am Schießstand. Wenn nicht alle fünf Scheiben getroffen wurden, darf jetzt bis zu dreimal nachgeladen und erneut geschossen werden. Es können also maximal acht Schüsse abgegeben werden.

Es wird im Folgenden wieder von einer konstanten Trefferwahrscheinlichkeit von $p = 0{,}9$ ausgegangen.

d) Begründen Sie, warum der Term $\left[\binom{5}{4}\cdot 0{,}9^4 \cdot 0{,}1^1\right]\cdot 0{,}9$ geeignet ist, die Wahrscheinlichkeit dafür zu berechnen, dass genau ein Nachlader erforderlich ist, um alle fünf Scheiben zu treffen.

Fortsetzung auf der nächsten Seite

Aufgabe 4.1: Biathlon (Fortsetzung)

e) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass genau zwei Nachlader erforderlich sind, um alle fünf Scheiben zu treffen.

f) Untersucht wird wie in Teilaufgabe d) die Wahrscheinlichkeit dafür, dass genau ein Nachlader erforderlich ist. Die Funktion f gibt diese Wahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von der Trefferwahrscheinlichkeit p an.

Zeigen Sie, dass gilt: $f(p) = 5p^5 - 5p^6$.

Ermitteln Sie, für welchen Wert von p der Funktionswert $f(p)$ maximal wird.

[Hinweis: Ein Nachweis mithilfe einer hinreichenden Bedingung ist nicht erforderlich.]

Verteilung der Bewertungseinheiten (BE) auf die Teilaufgaben							
Teilaufgabe	a)	b)	c)	d)	e)	f)	Summe
BE	4	6	6	2	3	4	25

Aufgabe 4.2: Ausflugsschiff

Ein Unternehmen organisiert Fahrten mit einem Ausflugsschiff.

Betrachtet wird zunächst eine Fahrt, bei der das Schiff mit 60 Fahrgästen voll besetzt ist. Zu Beginn der Fahrt werden drei Fahrgäste zufällig ausgewählt; diese erhalten jeweils ein Freigetränk.

a) Ermitteln Sie die Anzahl möglicher Dreiergruppen, die sich bei der Auswahl ergeben können.

b) Zwei Drittel der Fahrgäste kommen aus Deutschland, die übrigen aus anderen Ländern. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die drei ausgewählten Fahrgäste aus Deutschland kommen.

c) Unter den Fahrgästen befinden sich Erwachsene und Kinder. Die Hälfte der Fahrgäste isst während der Fahrt ein Eis, von den Erwachsenen nur jeder Dritte, von den Kindern 75 %.
Berechnen Sie, wie viele Kinder an der Fahrt teilnehmen.

Möchte man an einer Fahrt teilnehmen, so muss man dafür im Voraus eine Reservierung vornehmen. Erfahrungsgemäß erscheinen von den Personen mit Reservierung einige nicht zur Fahrt. Für die 60 Plätze lässt das Unternehmen deshalb bis zu 62 Reservierungen zu. Es soll davon ausgegangen werden, dass für jede Fahrt tatsächlich 62 Reservierungen vorgenommen werden. Erscheinen mehr als 60 Personen mit Reservierung zur Fahrt, so können nur 60 von ihnen daran teilnehmen; die übrigen müssen abgewiesen werden. Vereinfachend soll angenommen werden, dass die Anzahl der Personen mit Reservierung, die zur Fahrt erscheinen, binomialverteilt ist, wobei die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine zufällig ausgewählte Person mit Reservierung nicht zur Fahrt erscheint, 10 % beträgt.

d) Geben Sie einen Grund dafür an, dass es sich bei dieser Annahme im Sachzusammenhang um eine Vereinfachung handelt.

e) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens eine Person mit Reservierung abgewiesen werden muss.

f) Bei den sogenannten Mondscheinfahrten im Sommer muss erfahrungsgemäß bei 2 % der Fahrten jemand mit Reservierung abgewiesen werden.
Ermitteln Sie, wie viele Fahrten höchstens durchgeführt werden können, damit die Wahrscheinlichkeit, dass bei mindestens einer Fahrt jemand abgewiesen werden muss, höchstens 50 % beträgt.

Fortsetzung auf der nächsten Seite

Aufgabe 4.2: Ausflugsschiff (Fortsetzung)

Das Unternehmen richtet ein Online-Portal zur Reservierung ein und vermutet, dass dadurch der Anteil der Personen mit Reservierung, die zur jeweiligen Fahrt nicht erscheinen, zunehmen könnte. Als Grundlage für die Entscheidung darüber, ob pro Fahrt künftig mehr als 62 Reservierungen angenommen werden, soll die Nullhypothese „Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine zufällig ausgewählte Person mit Reservierung nicht zur Fahrt erscheint, beträgt höchstens 10 %." mithilfe einer Stichprobe von 200 Personen mit Reservierung auf einem Signifikanzniveau von 5 % getestet werden. Vor der Durchführung des Tests wird festgelegt, die Anzahl der Reservierungen pro Fahrt nur dann zu erhöhen, wenn die Nullhypothese aufgrund des Testergebnisses abgelehnt werden müsste.

g) Ermitteln Sie für den beschriebenen Test die zugehörige Entscheidungsregel.

h) Entscheiden Sie, ob bei der Wahl der Nullhypothese eher das Interesse, dass weniger Plätze frei bleiben sollen, oder das Interesse, dass nicht mehr Personen mit Reservierung abgewiesen werden müssen, im Vordergrund stand.
Begründen Sie Ihre Entscheidung.

i) Beschreiben Sie den Fehler zweiter Art im Sachzusammenhang.

Verteilung der Bewertungseinheiten (BE) auf die Teilaufgaben										
Teilaufgabe	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)	i)	Summe
BE	2	2	3	1	3	4	5	3	2	25

Summierte Binomialverteilung für n = 200 (Auszug)

Gerundet auf vier Nachkommastellen, weggelassen ist „0,“,
alle freien Plätze enthalten 1,0000.
Wird die Tabelle „von unten“ gelesen (p > 0,5), ist der richtige Wert 1 – (abgelesener Wert)

n	k	p										k	n
		0,05	0,10	$\frac{1}{6}$	0,20	0,25	0,30	$\frac{1}{3}$	0,40	0,45	0,50		
	0	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	200	
	1	0004	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	199	
	2	0023	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	198	
	3	0090	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	197	
	4	0264	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	196	
	5	0623	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	195	
	6	1237	0001	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	194	
	7	2133	0005	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	193	
	8	3270	0014	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	192	
	9	4547	0035	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	191	
	10	5831	0081	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	190	
	11	6998	0168	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	189	
	12	7965	0320	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	188	
	13	8701	0566	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	187	
	14	9219	0929	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	186	
	15	9556	1431	0001	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	185	
	16	9762	2075	0003	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	184	
	17	9879	2849	0006	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	183	
	18	9942	3724	0013	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	182	
	19	9973	4655	0027	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	181	
	20	9988	5592	0052	0001	0000	0000	0000	0000	0000	0000	180	
	21	9995	6484	0094	0002	0000	0000	0000	0000	0000	0000	179	
	22	9998	7290	0163	0005	0000	0000	0000	0000	0000	0000	178	
	23	9999	7983	0269	0010	0000	0000	0000	0000	0000	0000	177	
	24		8551	0426	0020	0000	0000	0000	0000	0000	0000	176	
	25		8995	0648	0036	0000	0000	0000	0000	0000	0000	175	
	26		9328	0945	0064	0000	0000	0000	0000	0000	0000	174	
	27		9566	1329	0110	0000	0000	0000	0000	0000	0000	173	
	28		9729	1803	0179	0001	0000	0000	0000	0000	0000	172	
	29		9837	2366	0283	0002	0000	0000	0000	0000	0000	171	
	30		9905	3007	0430	0004	0000	0000	0000	0000	0000	170	
	31		9946	3711	0632	0008	0000	0000	0000	0000	0000	169	
	32		9971	4454	0899	0014	0000	0000	0000	0000	0000	168	
200	33		9985	5210	1239	0026	0000	0000	0000	0000	0000	167	200
	34		9992	5953	1656	0044	0000	0000	0000	0000	0000	166	
	35		9996	6658	2151	0073	0000	0000	0000	0000	0000	165	
	36		9998	7305	2717	0117	0001	0000	0000	0000	0000	164	
	37		9999	7877	3345	0182	0001	0000	0000	0000	0000	163	
	38			8369	4019	0276	0003	0000	0000	0000	0000	162	
	39			8777	4718	0405	0005	0000	0000	0000	0000	161	
	40			9106	5422	0578	0009	0000	0000	0000	0000	160	
	41			9362	6108	0804	0016	0000	0000	0000	0000	159	
	42			9556	6758	1089	0027	0001	0000	0000	0000	158	
	43			9699	7355	1438	0045	0002	0000	0000	0000	157	
	44			9801	7887	1852	0072	0003	0000	0000	0000	156	
	45			9872	8349	2332	0111	0005	0000	0000	0000	155	
	46			9919	8738	2870	0169	0009	0000	0000	0000	154	
	47			9950	9056	3458	0249	0016	0000	0000	0000	153	
	48			9970	9310	4083	0359	0026	0000	0000	0000	152	
	49			9983	9506	4729	0506	0042	0000	0000	0000	151	
	50			9990	9655	5379	0695	0067	0000	0000	0000	150	
	51			9995	9764	6017	0934	0103	0000	0000	0000	149	
	52			9997	9843	6626	1228	0154	0000	0000	0000	148	
	53			9998	9897	7192	1579	0226	0000	0000	0000	147	
	54			9999	9934	7707	1988	0323	0001	0000	0000	146	
	55				9959	8162	2455	0453	0002	0000	0000	145	
	56				9975	8555	2972	0621	0003	0000	0000	144	
	57				9985	8885	3532	0833	0005	0000	0000	143	
	58				9991	9157	4123	1094	0008	0000	0000	142	
	59				9995	9375	4733	1409	0013	0000	0000	141	
	60				9997	9546	5348	1778	0021	0000	0000	140	
	61				9998	9677	5953	2202	0034	0000	0000	139	
	62				9999	9774	6533	2677	0052	0000	0000	138	
	63					9846	7079	3198	0080	0001	0000	137	
	64					9897	7579	3755	0119	0001	0000	136	
	65					9932	8028	4338	0173	0002	0000	135	
	66					9956	8421	4934	0247	0004	0000	134	
	67					9972	8758	5530	0346	0006	0000	133	
						Werte für 67 < k < 132 sind nicht dargestellt							
n	k	0,95	0,90	$\frac{5}{6}$	0,80	0,75	0,70	$\frac{2}{3}$	0,60	0,55	0,50	k	n
		p											